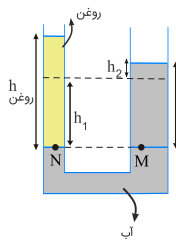


حجم آب جابه‌جاشده در دو سمت لوله باید با هم برابر باشد یعنی:

$$V = V \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 2 \times h_1 = 5 \times 4 \Rightarrow h_1 = 10 \text{ cm}$$

ارتفاع آب کاهش یافته در شاخهٔ چپ:



$$P_N = P_M \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}$$

$$0.8 h_{\text{روغن}} = 1 \times 14 \Rightarrow h_{\text{روغن}} = \frac{14}{0.8} = \frac{140}{8} = 17.5 \text{ cm}$$

بنابراین حجم و در نهایت چگالی روغن را محاسبه می‌کنیم:

حجم روغن در لولهٔ سمت چپ: $A_{\text{چپ}} h_{\text{روغن}} = 2 \times 17.5 = 35 \text{ cm}^3$

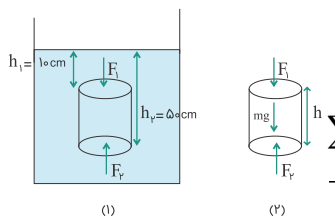
چگالی روغن: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{m}{35} \Rightarrow m = 28 \text{ g}$

الف) استوانه‌ای توپر که سطح قاعدهٔ آن $20 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ است ←

ب) درون آب به چگالی 1000 kg/m^3 قرار دارد ← $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

ج) اختلاف نیروهایی که از طرف آب به قاعده‌های پایین و بالای استوانه وارد می‌شود چند نیوتن است؟ ← $F_2 - F_1 = ?$

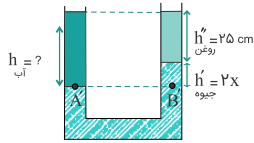
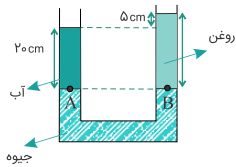
باتوجه به اینکه استوانه در تعادل است، نیروی وارد بر هر سطح در داخل مایع بر آن سطح عمود است و برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. بنابراین باتوجه به شکل ۲ داریم:



$$\sum F = 0 \Rightarrow F_2 - F_1 - mg = 0 \Rightarrow F_2 - F_1 = mg \xrightarrow{\frac{m = \rho V}{V = A \times h}} F_2 - F_1 = \rho A h g$$

$$\xrightarrow{(h = h_2 - h_1 = 40 - 10 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m})} F_2 - F_1 = 1000 \times 20 \times 10^{-2} \times 0.3 \times 10 \Rightarrow F_2 - F_1 = 60 \text{ N}$$

برای درک بهتر سؤال شکل لوله را در هریک از حالت‌های قبل و بعد از اضافه کردن آب رسم می‌کنیم:



نقاط A و B در سطح جدایی دو مایع و هم‌ارتفاع هستند، بنابراین $P_A = P_B$ است، پس:

$$\begin{cases} P = \rho g h + P_0 \\ h_A = 20 \text{ cm} \\ h_B = 20 + \Delta = 25 \text{ cm} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_A g h_A + P_0 = \rho_B g h_B + P_0 \\ \rho_A = 1 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_A h_A = \rho_B h_B \Rightarrow 1 \times 20 = \rho_{\text{روغن}} \times 25 \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{4}{5} \text{ g/cm}^3$$

اگر جیوه در سمت چپ لوله به‌اندازه x پایین برود، در سمت راست به‌اندازه x بالا می‌رود، اختلاف ارتفاع جیوه موجود در دو طرف لوله U شکل به $2x$ می‌رسد. نقطه A' (شکل ۲) در سطح جدایی آب و جیوه و نقطه B' هم‌ارتفاع با A' ، دارای فشار یکسانی هستند، بنابراین:

$$\begin{cases} P = \rho g h + P_0 \\ h = h' + h'' = 2x + 25 \Rightarrow P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho h = \rho' h' + \rho'' h'' \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 \times (25 + 2x) = 13/6 \times 2x + \frac{4}{5} \times 25 \Rightarrow x \simeq 0.2 \text{ cm}$$

مقدار اضافه‌شده به ارتفاع آب: $h_{\text{آب}} = 25 + 2x = 25 + 2 \times 0.2 = 25.4 \text{ cm} \Rightarrow 25.4/4 - 20 = 5.4/4 \text{ cm}$

در حالت اول چوب شناور است، پس نیروی شناوری برابر با وزن آن است. اگر چوب را از سطح آب برداشته و داخل ظرف قرار دهیم، در صورتی که همچنان نیروی شناوری برابر با نیروی وزن شود؛ پس واکنش نیروی شناوری که به آب وارد می‌شود همچنان ثابت است و فشار وارد بر کف ظرف تغییر نمی‌کند.

در حالت دوم وزنه کف ظرف قرار دارد؛ یعنی نیروی شناوری از وزن جسم کمتر است. با قرار دادن وزنه در ظرف و شناور شدن آن نیروی شناوری افزایش یافته و هم‌اندازه نیروی وزن می‌شود، پس واکنش نیروی شناوری که به آب وارد می‌شود زیاد شده و فشار وارد بر کف ظرف افزایش می‌یابد.

کافی است معادله فشار برای سه نقطه A، B و C را بنویسیم و باهم مقایسه کنیم؛ ابتدا P_C و P_B را باهم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_C = P_0 + \rho g h \\ P_B = P_0 + \rho g h' \\ h > h' \end{cases} \Rightarrow P_C > P_B$$

$P_A = P_0$ است، بنابراین P_A از P_C و P_B کوچک‌تر است ($P_C > P_B > P_A$).

باتوجه به اینکه نیروی چسبندگی سطحی بیشتر از نیروی چسبندگی است، سطح مایع درون لوله بالاتر از سطح مایع درون ظرف قرار می‌گیرد و سطح مایع در لوله به‌صورت فرورفته درمی‌آید.

نیروی بین مولکول آب و جداره لوله که همان نیروی دگرچسبی است بیش از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است؛ بنابراین سطح آب در لوله بالاتر و فرورفته است.

نیروی چسبندگی سطحی (دگرچسبی) بیش از نیروی چسبندگی (هم‌چسبی) مولکول‌های مایع است بنابراین مایع در سطح ظرف به‌صورت لایه نازکی پخش می‌شود. اما اگر نیروی چسبندگی سطحی کمتر از نیروی چسبندگی مولکول‌های مایع بود به‌صورت گلوله در ظرف B درمی‌آمد.

از آنجایی که در سطح آب به دلیل تغییر وضعیت مایع به بخار، فاصلهٔ مولکول‌ها از یکدیگر به‌طور متوسط بیشتر از فاصلهٔ مولکول‌های درون آب است، نیروی بین‌مولکولی در سطح به‌صورت جاذبه ظاهر می‌شود و باعث ایجاد کشش سطحی بر سطح آب می‌شود.

هنگامی که مولکول‌ها بسیار به هم نزدیک می‌شوند یک نیروی رانشی بین آن‌ها ایجاد می‌شود که دلیل تراکم‌ناپذیر بودن مایعات است.

اگر مولکول‌ها بیش از یک مقدار معین به یکدیگر نزدیک شوند، نیروی رانشی بین مولکول‌ها ایجاد شده و آن‌ها را از هم می‌راند و اگر آن‌ها بیش از یک مقدار معین از یکدیگر دور شوند نیروی ربایشی بین آن‌ها مانع از دور شدن بیشتر آن‌ها از یکدیگر می‌شود.

هر چقدر حجم بیشتری از جسم درون آب قرار گیرد، چگالی آن جسم از بقیه بیشتر است.

$$\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$$

گام اول: فشار P_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = \rho_1 g h + P_0 = 1250 \times 10 \times \frac{1}{10} + 13500 \times 10 \times \frac{75}{100} = 102500 \text{ Pa}$$

گام دوم: با اضافه شدن مایع دوم فشار P_2 به کف ظرف وارد می‌شود:

$$P_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0$$

گام سوم: از معادلهٔ $P_2 = 1/02 P_1$ داریم:

$$P_2 = P_1 + \frac{2}{100} P_1$$

$$\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0 + \frac{2}{100} P_1$$

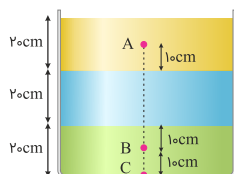
$$800 \times 10 \times h_2 = \frac{2}{100} \times 102500 \Rightarrow h_2 = 25/625 \text{ cm}$$

گام چهارم: حالا حجم مایع را به دست می‌آوریم:

$$V = hA = 25/625 \times 20 = 512/5 \text{ cm}^3$$

علت نادرستی گزینهٔ ۴: در گزینهٔ ۴ شکل آب، درون لوله‌ها درست رسم شده اما شکل مایع در بیرون لوله نادرست رسم شده است.
علت نادرستی گزینه‌های ۱ و ۳: در لوله‌های باریک‌تر خاصیت موئینگی بارزتر است درحالی‌که در این گزینه‌ها عکس این اتفاق رسم شده است.

کافی است از A به سمت B جابه‌جا شده و فشار مایع‌ها را باهم جمع کنیم:



$$P_B - P_A = \rho_3 g h_3 + \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1$$

$$\Delta P = 0/8 \times 1000 \times 10 \times 0/1 + 1 \times 1000 \times 10 \times 0/2 + 2 \times 1000 \times 10 \times 0/1$$

$$\Delta P = 800 + 2000 + 2000 = 4800 \text{ Pa}$$

سطح جیوه درون لوله پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف قرار می‌گیرد.
سطح جیوه برآمدگی دارد.

$$P_G = P_{\text{مایع}} + P_o$$

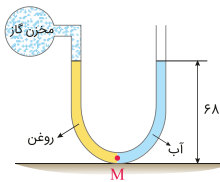
$$P_G = \rho gh + P_o$$

$$P_G = (2 \times 10^3) \times 10 \times \frac{25}{100} + 10^5$$

$$P_G = 5 \times 10^3 + 10^5 = 10^3 (5 + 10^2)$$

$$P_G = 105 \times 10^3 \text{ Pa} = 105 \text{ kPa}$$

گام اول: فشار در مرز مشترک آب و روغن باهم برابر است. باتوجه به برابری فشار در دو طرف لوله، رابطه تساوی فشار را می‌نویسیم.



$$P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{روغن}} gh = P_o + \rho_{\text{آب}} gh$$

$$P_{\text{گاز}} + 800 \times 10 \times \frac{68}{100} = P_o + 1000 \times 10 \times \frac{68}{100}$$

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_o = 200 \times 10 \times \frac{68}{100} = 1360 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار پیمانه‌ای به دست آمده را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$P_g = 1360 \text{ Pa} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1360 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$h_{\text{جیوه}} = 0.01 \text{ mHg} = 10 \text{ mmHg}$$

با دمیدن در بالای نی قائم، تندی هوا در بالای نی، افزایش می‌یابد. طبق اصل برنولی فشار هوای بالای نی کاهش می‌یابد؛ بنابراین آب درون نی شروع به بالا رفتن می‌کند و سطح آب داخل نی بالا می‌آید.

گام اول: ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم.

$$P_o = \rho gh = 13600 \times 10 \times \frac{76}{100} = 103360 \text{ Pa}$$

گام دوم: فشار جیوه و آب را با استفاده از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{آب}} = \frac{mg}{A} = \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2720 \text{ Pa}$$

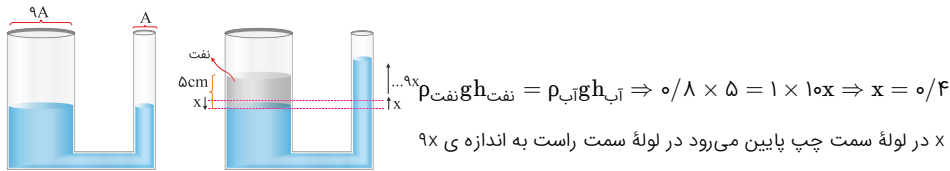
$$P_{\text{جیوه}} = \frac{mg}{A} = \frac{136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 2720 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار در ته ظرف برابر با مجموع فشارهای هوا، آب و جیوه است و برابر است با:

$$P_{\text{طرف}} = P_o + P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 103360 + 2720 + 2720$$

$$\Rightarrow P_{\text{طرف}} = 108800 \text{ Pa}$$

توجه کنید: بدون محاسبات نیز می‌توانستیم پاسخ صحیح را در گزینه‌ها پیدا کنیم. می‌دانیم که فشار هوا تقریباً 100000 Pa است، بنابراین فشار ته ظرف باید از این عدد بیشتر باشد، زیرا به فشار هوا، فشار آب و فشار جیوه نیز اضافه می‌شود. تنها گزینه‌ای که از 100000 Pa بیشتر است، گزینه ۴ است.



۱۰x اختلاف ارتفاع آب در دو لوله است، چون وقتی آب به اندازه x در لوله سمت چپ پایین می‌رود در لوله سمت راست به اندازه ی ۹x بالا رفته و اختلاف ارتفاع ۱۰x است.

سؤال ۹x (یعنی افزایش ارتفاع نسبت به قبل) را خواسته است:

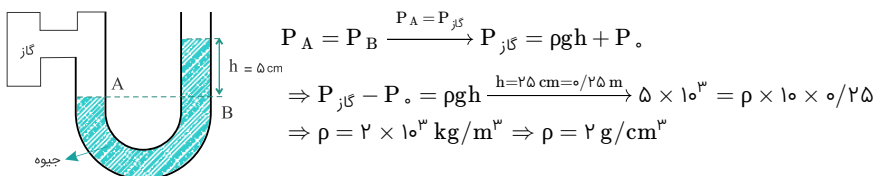
$$9x = 9 \times 0/4 = 3/6 \text{ cm}$$

طبق معادله پیوستگی تندی با سطح مقطع لوله نسبت وارون دارد: $v_A < v_B$
هر چه قدر تندی شاره بیشتر شود، فشار آن کمتر خواهد شد: $P_A > P_B$

$$\left. \begin{aligned} P_A &= 75 + 45 = 120 \text{ cmHg} \\ P_B &= 75 - 35 = 40 \text{ cmHg} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{120}{40} = 3$$

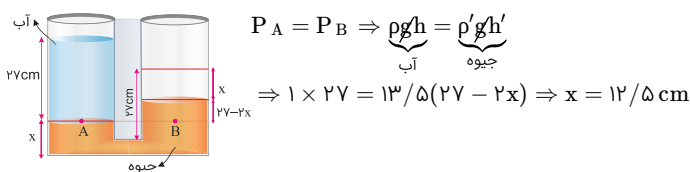
الف) اختلاف فشار درون مخزن با محیط بیرون $5 \times 10^3 \text{ Pa}$ است $\leftarrow P_{\text{gas}} - P_0 = 5 \times 10^3 \text{ Pa}$
ب) کجالی مایع چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $\leftarrow \rho = ? \text{ g/cm}^3$

باتوجه به اینکه نقطه A در سطح جدایی مایع و گاز قرار دارد و نقطه B هم‌تراز با نقطه A است و مایع در حالت تعادل است، تساوی $P_A = P_B$ صدق می‌کند.

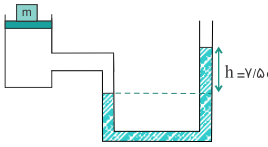


$$\begin{aligned} P_2 &= 2P_1 \Rightarrow \rho g h_2 + P_0 = 2(\rho g h_1 + P_0) \\ \Rightarrow 13600 \times 10 \times h_2 &= 2 \times 13600 \times 10 \times \frac{4}{100} + 1/01336 \times 10^5 \\ \Rightarrow h_2 &= 0/84 \text{ m} = 84 \text{ cm} \end{aligned}$$

جیوه در لوله سمت راست به‌اندازه x و در لوله سمت چپ هم به‌اندازه x جابه‌جا می‌شود.



اختلاف ارتفاع بین دو سطح جیوه ناشی از فشار ایجادشده توسط وزنه (P_m) است؛ بنابراین: $P_m = \rho gh$ که در آن P_m برابر است با:



$$\begin{cases} P_m = \frac{F}{A} \\ F = mg \end{cases} \Rightarrow P_m = \frac{mg}{A}$$

حال می‌توانیم جرم وزنه را حساب کنیم:

$$\begin{cases} P_m = \rho gh \\ P_m = \frac{mg}{A} \\ A = 50 \text{ cm}^2 = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ h = 7/5 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho gh \Rightarrow m = \rho h A = 13/6 \times 10^3 \times 7/5 \times 10^{-2} \times 50 \times 10^{-6} \Rightarrow m = 5/1 \text{ kg}$$

فشار در عمق h مایع از رابطه $P = P_0 + \rho gh$ به دست می‌آید. لذا

$$P_B = 9/9 \times 10^5 + 1000 \times 10 \times 0/6 = 9/9 \times 10^5 + 0/6 \times 10^5 = 10/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_A = 9/9 \times 10^5 + 1000 \times 10 \times 0/1 = 9/9 \times 10^5 + 0/1 \times 10^5 = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$$

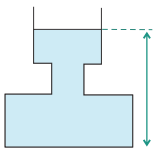
$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{10/5 \times 10^5}{10 \times 10^5} = \frac{105}{100} = \frac{21}{20}$$

گام اول

الف) سطح مقطع قسمت‌های مختلف استوانه‌ای شکل آن از بالا به پایین به ترتیب $0/04 \text{ m}^2$ و $0/01 \text{ m}^2$ و $0/08 \text{ m}^2$ است. $A_1 = 0/04 \text{ m}^2$, $A_2 = 0/01 \text{ m}^2$, $A_3 = 0/08 \text{ m}^2 \leftarrow$
 ب) اگر ۲ لیتر آب بر آب ظرف اضافه کنیم $\leftarrow \Delta V = 2 \text{ lit} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 ج) فشار در کف ظرف چند پاسکال افزایش می‌یابد $\leftarrow \Delta P = ?$

گام دوم

ابتدا باید تغییر ارتفاع آب و سپس تغییر فشار ($\Delta P = \rho g \Delta h$) را در کف ظرف محاسبه کنیم. باتوجه به اینکه قسمت فوقانی ظرف دارای سطح مقطعی برابر $A = 0/04 \text{ m}^2$ است، تغییر ارتفاعی که ۲ لیتر آب ایجاد می‌کند برابر است با:



$$\Delta V = A_1 \times \Delta h \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = 0/04 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 0/05 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \Delta P = \rho g \Delta h \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ \Delta h = 0/05 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = 1000 \times 10 \times 0/05 = 500 \text{ Pa}$$

بنابراین تغییر فشار در کف ظرف برابر است با:

کافی است تغییرات فشار را از رابطه فشار برای مایعات به دست آوریم. بنابراین:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ P_2 - P_1 = \rho gh_2 - \rho gh_1 \\ \rho = 1 \text{ gr/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho g(h_2 - h_1) = 1000 \times 10 \times 0/01 = 100 \Rightarrow P_2 - P_1 = 100 \text{ Pa} \\ h_2 - h_1 = 1 \text{ cm} = 0/01 \text{ m} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

گام اول

الف) حجم و عمق آب در دو ظرف پر از آب باهم برابر است $\leftarrow V_1 = V_2$, $h_1 = h_2$
 ب) کدام رابطه بین P_1 و P_2 با F_1 برقرار است؟ $\leftarrow \frac{F_1}{F_2} = ?$, $\frac{P_1}{P_2} = ?$
 ج) جرم ظرف‌ها باهم برابر است $\leftarrow m_1 = m_2$: جرم ظرف‌ها

گام دوم

فشار در عمق h از سطح آزاد یک مایع از رابطه $P = P_0 + \rho gh$ به دست می‌آید. چون دو مایع هم‌جنس و ارتفاع مایع در ظرف‌ها یکسان‌اند، بنابراین:

$$\begin{cases} P_1 = \rho_1 gh_1 + P_0 \\ P_2 = \rho_2 gh_2 + P_0 \end{cases} \xrightarrow{\rho_1 = \rho_2} P_1 = P_2$$

نیروی که از طرف ظرف‌ها بر سطح افقی وارد می‌شود برابر وزن ظرف و مایع داخل آن‌ها است. باتوجه به برابر بودن جرم ظرف‌ها کافی است وزن مایع داخل ظرف‌ها را به دست آوریم:

$$m = \rho V \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow W_1 = W_2$$

بنابراین وزن مایع دو ظرف نیز باهم برابر است و نتیجه می‌گیریم نیروی وارد بر سطح افقی هر دو ظرف برابر خواهد بود.

گام اول

الف) یک لولهٔ استوانه‌ای قائم تا ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر از جیوه پر شده است $\leftarrow h = 10 \text{ cm}$
 ب) اگر قطر داخلی لوله ۲ cm باشد $\leftarrow d = 2r = 2 \text{ cm} \Rightarrow r = 1 \text{ cm}$
 ج) نیرویی که از طرف جیوه بر انتهای لوله وارد می‌شود تقریباً چند نیوتن است؟ $\leftarrow F = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ نیرویی که از طرف جیوه بر انتهای لوله وارد می‌شود را محاسبه می‌کنیم.
 مساحت کف استوانه:

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{\pi=3.14} A = 3.14 \times (1/10)^2 = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \quad (1)$$

فشاری که ۱۰ سانتی‌متر جیوه بر انتهای لوله وارد می‌کند برابر است با:

$$P = \rho gh \xrightarrow{\rho=13.6 \text{ gr/cm}^3=13600 \text{ kg/m}^3, g=10 \text{ m/s}^2} P = 13600 \times 10 \times 0.1 = 13600 \text{ Pa} \quad (2)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(1), (2)} F = P A \Rightarrow F = 13600 \times 3.14 \times 10^{-2} = 4280 \text{ N}$$

گام اول

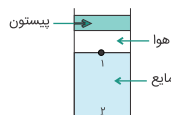
الف) فشار در سطح مایع P_1 و در کف ظرف برابر P_2 است.

ب) با پایین آوردن پیستون فشار در سطح مایع را دو برابر می‌کنیم $\leftarrow P'_1 = 2P_1$

گام دوم

فشار در کف ظرف برابر مجموع فشار مایع و فشار هوای بالای سطح مایع است. با پایین آمدن پیستون فشار هوای بالای مایع دو برابر می‌شود؛ به بیانی دیگر:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= P_{\text{هوا}} + P_{\text{مایع}} \xrightarrow{\times 2} 2P_2 = 2P_{\text{هوا}} + 2P_{\text{مایع}} \\ P'_2 &= P_{\text{هوا}} + P'_{\text{مایع}} \xrightarrow{P'_{\text{مایع}}=2P_{\text{مایع}}} P'_2 = P_{\text{هوا}} + 2P_{\text{مایع}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_2 < P'_2 < 2P_2$$



الف) فشار وارد بر کف دریاچه‌ای ۱۲۵ سانتی‌متر جیوه است $\leftarrow P = 125 \text{ cmHg}$

ب) اگر فشار هوا در سطح آب ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد $\leftarrow P_o = 75 \text{ cmHg}$

ج) عمق آب دریاچه چند متر است؟ $\leftarrow h = ?$

باید ابتدا فشار ناشی از آب را در عمق موردنظر محاسبه کنیم و سپس به کمک آن ارتفاع آب را در آن نقطه به دست آوریم:

$$P = P_{\text{آب}} + P_o \Rightarrow 125 = P_{\text{آب}} + 75 \Rightarrow P_{\text{آب}} = 50 \text{ cmHg}$$

حال باید بررسی کنیم که چند سانتی‌متر آب فشاری برابر 50 cmHg ایجاد می‌کند:

$$\begin{cases} P_{\text{آب}} = P'_{\text{جیوه}} \\ h' = 50 \text{ cmHg} \\ \rho' = 13/6 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho g h_{\text{آب}} = \rho' g h' \Rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{13/6 \times 50}{1} = 680 \text{ cm} = 6/8 \text{ m} \\ \rho = 1 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

الف) اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد $\leftarrow P_o = 75 \text{ cmHg}$

ب) فشار در عمق چند متری آب به ۱۰۰ سانتی‌متر جیوه می‌رسد؟ $\leftarrow P_h = 100 \text{ cmHg}$, $h = ?$

ابتدا فشار ناشی از آب را در عمق موردنظر محاسبه می‌کنیم و سپس به کمک آن ارتفاع آب در آن نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$P_h = P_{\text{آب}} + P_o \Rightarrow 100 = P_{\text{آب}} + 75 \Rightarrow P_{\text{آب}} = 25 \text{ cmHg}$$

این فشار برحسب ارتفاع ستون جیوه بیان شده است.

حال محاسبه می‌کنیم که چند سانتیمتر آب فشاری برابر 25 cmHg به وجود می‌آورد:

$$\begin{cases} \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \\ h_{\text{جیوه}} = 25 \text{ cm} \\ \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} \Rightarrow 13/6 \times 25 = 1 \times h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 34 \text{ cm} = 3/4 \text{ m} \\ \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

الف) در عمق ۸ متر $\leftarrow h = 8 \text{ m}$

ب) فشار کل $1/76$ اتمسفر است $\leftarrow P = P_o + \rho g h = 1/76 \text{ atm} = 1/76 \times 10^5 \text{ Pa}$

ج) چگالی این مایع چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $\leftarrow \rho = ? \text{ g/cm}^3$

$$\begin{cases} P = P_o + \rho g h \\ P_o = 10^5 \text{ Pa} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow 1/76 \times 10^5 = 10^5 + \rho \times 10 \times 8 \Rightarrow \rho = \frac{0/76 \times 10^5}{80} = 950 \text{ kg/m}^3$$

کافی است kg/m^3 را به g/cm^3 تبدیل کنیم.

$$\rho = 950 \text{ kg/m}^3 \xrightarrow{1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3} \rho = 950 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3 = 0/95 \text{ g/cm}^3$$

گام اول

الف) اگر فشار هوا 10^5 Pa باشد $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ←

ب) فشار در عمق ۲ متری آب یک استخر چند پاسکال است؟ ← $P = ?$: $h = 2 \text{ m}$

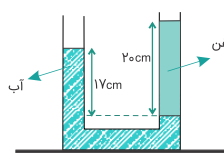
گام دوم

فشار در هر نقطه از مایع باتوجه به رابطه $P = P_0 + \rho gh$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$\begin{cases} P = P_0 + \rho gh \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ \rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3 \end{cases} \Rightarrow P = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 2 = 1/2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

نقطه A در سطح جدایی آب و روغن و نقطه B را هم‌ارتفاع با نقطه A در نظر می‌گیریم، بنابراین: $P_A = P_B$

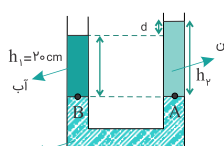
با استفاده از $P_A = P_B$ داریم:



$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ h_1 = 17 \text{ cm} \\ h_2 = 20 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_1 = \rho_{\text{روغن}} h_2 \Rightarrow \rho_{\text{آب}} \times 17 = \rho_{\text{روغن}} \times 20 \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{17}{20} \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{17}{20} \times 1000$$

یعنی چگالی روغن ۸۵ درصد از چگالی آب کمتر است.

نقطه A در سطح جدایی جیوه و روغن و نقطه B در سطح جدایی آب و جیوه است. باتوجه به یکسان بودن ارتفاع A و B، می‌توانیم فشار آن‌ها را یکسان در نظر بگیریم. بنابراین:

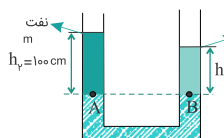


$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ \rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_2 = 0.8 \text{ g/cm}^3 \\ h_1 = 20 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 1 \times 20 = 0.8 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 25 \text{ cm}$$

درنتیجه:

$$\begin{cases} d = h_2 - h_1 \\ h_2 = 25 \text{ cm} \\ h_1 = 20 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow d = 25 - 20 = 5 \text{ cm}$$

نقطه A در سطح جدایی دو مایع و نقطه B هم‌ارتفاع با A را در نظر می‌گیریم که دارای فشار یکسانی هستند ($P_A = P_B$). بنابراین:

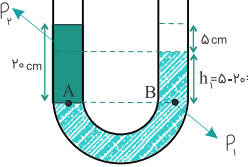


$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ h_1 = 100 \text{ cm} \\ h_2 = 80 \text{ cm} \\ \rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3 \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0 \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow \rho_2 \times 80 = 1 \times 100 \Rightarrow \rho_2 = 0.8 \text{ g/cm}^3$$

دقت شود که هر 1 g/cm^3 برابر 1000 kg/m^3 است، بنابراین:

$$\rho_2 = 0.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 800 \text{ kg/m}^3$$

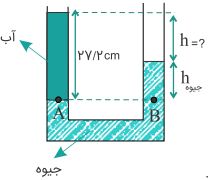
نقطه A در سطح جدایی دو مایع و نقطه B هم‌ارتفاع با A و فشار یکسانی هستند ($P_A = P_B$)
با استفاده از این رابطه نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ h_2 = 20 \text{ cm} \\ h_1 = 20 - \Delta = 15 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 gh_2 + P_0 = \rho_1 gh_1 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow \rho_2 \times 20 = \rho_1 \times 15 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

نقطه A در سطح جدایی دو مایع و نقطه B هم‌ارتفاع با A و دارای فشار یکسانی هستند ($P_A = P_B$)، بنابراین:



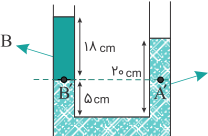
$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ h_2 = 27/2 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 gh_2 + P_0 = \rho_1 gh_1 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 2 \text{ cm}$$

باتوجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} h = 27/2 - h_1 \\ h_1 = 2 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow h = 27/2 - 2 = 25/2 \text{ cm}$$

مطابق شکل زیر نقطه A' در سطح جدایی دو مایع و نقطه B' هم‌ارتفاع با A' در نظر می‌گیریم. فشار این نقاط یکسان خواهد بود؛ بنابراین کافی است از تساوی $P_{A'} = P_{B'}$ استفاده کنیم.

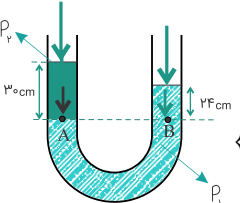


$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ h_2 = 18 \text{ cm} \\ h_1 = 15 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho_2 gh_2 + P_0 = \rho_1 gh_1 + P_0$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

مطابق شکل زیر نقطه A در سطح جدایی دو مایع و نقطه B را هم‌ارتفاع با نقطه A در نظر می‌گیریم، فشار این نقاط یکسان خواهد بود.

حالا کافی است از تساوی $P_A = P_B$ استفاده کنیم. بنابراین:



$$\begin{cases} P_A = P_B \\ h_2 = 30 \text{ cm} \\ h_1 = 24 \text{ cm} \\ \rho_1 = 2 \text{ g/cm}^3 \end{cases} \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P_0 = \rho_2 gh_2 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1 h_1}{h_2} = \frac{2 \times 24}{30} = 1.6 \text{ g/cm}^3$$

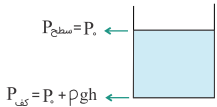
گام اول

الف) اگر ظرف محتوی این مایع با شتاب $\frac{g}{۳}$ در راستای قائم به طرف پایین حرکت کند \leftarrow به اندازه $\frac{g}{۳}$ از شتاب گرانشی وارد بر ظرف کم می‌شود: $g' = g - \frac{g}{۳} = \frac{۲}{۳}g$
 ب) اختلاف فشار بین دو نقطه کدام خواهد بود؟ $\leftarrow \Delta P' = ?$

گام دوم

$$\begin{cases} \Delta P = \rho gh \\ \Delta P' = \rho g'h' \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta P'}{\Delta P} = \frac{\rho gh}{\rho g'h'} = \frac{\frac{۲}{۳}g \times h}{g \times h} \Rightarrow \Delta P' = \frac{۲}{۳}\Delta P$$

باتوجه به شکل، اختلاف فشار بین سطح و کف استخر به اندازه فشاری است که آب در کف استخر ایجاد می‌کند:



$$\begin{cases} P_{\text{کف}} = \rho gh + P_0 \\ P_{\text{سطح}} = P_0 \\ \Delta P = P_{\text{کف}} - P_{\text{سطح}} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_0 + \rho gh - P_0 = \rho gh$$

$$\xrightarrow[g=۱۰\text{ m/s}^۲, H=۴\text{ m}]{\rho=۱۰^۳\text{ kg/m}^۳} \Delta P = ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۴ = ۴ \times ۱۰^۴\text{ Pa}$$

گام اول

الف) فشاری برابر با ۱۵۰ میلی‌متر جیوه $\leftarrow P = ۱۵۰\text{ mmHg} = ۰/۱۵\text{ mHg}$
 ب) چه ارتفاعی از آب برحسب متر، فشاری برابر با ۱۵۰ میلی‌متر جیوه دارد؟ $\leftarrow h_{\text{آب}} = ?$

گام دوم

می‌خواهیم بینیم فشار چند متر آب با فشار ۰/۱۵ متر جیوه برابر است.

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰\text{ kg/m}^۳ \\ g = ۱۰\text{ m/s}^۲ \\ \rho_{\text{جیوه}} = ۱۳۶۰۰\text{ kg/m}^۳ \\ h_{\text{جیوه}} = ۰/۱۵\text{ m} \end{cases} \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = P_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}} \Rightarrow ۱۳۶۰۰ \times ۰/۱۵ = ۱۰۰۰ \times h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = ۲/۰۴\text{ m}$$

با استفاده از رابطه‌های فشار ($P = \rho gh$) و $P = \frac{F}{A}$ داریم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho gh_A}{\rho gh_B} = \frac{h_A}{\frac{۱}{۲}h_A} = ۲$$

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A A_A}{P_B A_B} = ۲ \times \frac{\pi r_A^۲}{\pi r_B^۲} = ۲ \times \frac{r_A^۲}{\frac{۱}{۴}r_A^۲} = ۸$$

گام اول

الف) $\frac{1}{3}$ حجم مخلوط از مایع A و بقیه آن از مایع B ← مخلوط $V_B = \frac{2}{3}V$, مخلوط $V_A = \frac{1}{3}V$
 ب) ارتفاع مخلوط در ظرف ۷۵ سانتی‌متر ← $h = 75\text{cm} = 0.75\text{m}$
 ج) فشار وارد از طرف مخلوط بر کف ظرف چند پاسکال است؟ ← $P = ?$

گام دوم

ابتدا چگالی مخلوط را محاسبه کرده و سپس با استفاده از رابطه $P = \rho gh$ ، فشار وارد بر کف ظرف را به دست می‌آوریم:

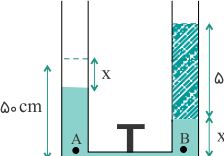
$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\frac{\rho_A = 1/2 \text{g/cm}^3}{\rho_B = 0.6 \text{g/cm}^3} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1/2 \times \frac{1}{3} V_{\text{مخلوط}} + 0.6 \times \frac{2}{3} V_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = 0.4 \text{g/cm}^3 = 400 \text{kg/m}^3$$

$$P = \rho_{\text{مخلوط}} gh = 400 \times 10 \times 0.75 = 3000 \text{Pa}$$

با فرض اینکه آب به ستون لوله سمت راست می‌رود و لوله زیرین بسیار نازک است:

باتوجه به شکل و رابطه فشار در این لوله‌ها داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho_{\text{آب}} gh)_A = (\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + \rho_{\text{نفت}} gh_{\text{نفت}})_B$$

$$\Rightarrow 1000 \times (50 - x) = (1000 \times x) + (800 \times 50)$$

$$\Rightarrow 50 - x = x + 40 \Rightarrow x = 10 \text{cm}$$

فشاری که از طرف هر مایع بر کف هر طرف وارد می‌شود از رابطه $P = \rho gh$ محاسبه می‌شود. پس نسبت فشارهای وارد بر کف دو طرف را داریم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho_A gh_A}{\rho_B gh_B} = \frac{\rho_A h_A}{\rho_B h_B} \quad (1)$$

طبق رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B$: جرم آب و جیوه درون ظرف‌ها برابر است

$$\xrightarrow[V = Ah]{\text{مساحت سطح مقطع A :}} \rho_A A_A h_A = \rho_B A_B h_B \Rightarrow \frac{\rho_A h_A}{\rho_B h_B} = \frac{A_B}{A_A} \quad (2)$$

ارتفاع h :

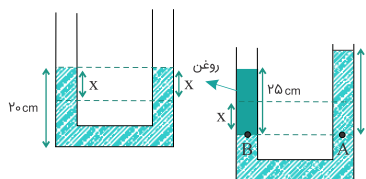
اکنون رابطه (۲) را در رابطه (۱) جایگزین می‌کنیم داریم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho_A gh_A}{\rho_B gh_B} = \frac{\rho_A h_A}{\rho_B h_B} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{\pi r_B^2}{\pi r_A^2} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 4$$

الف) درون یکی از شاخه‌ها به آرامی روغن می‌ریزیم تا طول ستون روغن به ۲۵ cm برسد $h_B = 25 \text{ cm}$
 ب) در حالت تعادل، ارتفاع آب در شاخهٔ مقابل چند سانتی‌متر خواهد شد؟ $h_{\text{آب}} = ?$

برای درک بهتر مسئله شکل آن را رسم می‌کنیم.



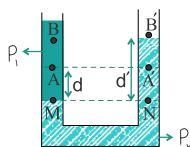
نقطهٔ B در سطح جدایی دو مایع و نقطهٔ A را هم‌ارتفاع با B در نظر می‌گیریم که دارای فشار یکسانی هستند، با استفاده از رابطهٔ $P_A = P_B$ می‌توانیم ارتفاع آب را به دست بیاوریم. باتوجه به اینکه قطر لوله در همه‌جا یکسان است، اگر مقدار x از سطح جیوه در یک سمت پایین برود در طرف دیگر لوله به اندازهٔ x بالا می‌رود و اختلاف ارتفاع مایع موجود در دو طرف لولهٔ U شکل ۲x می‌شود.

$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ P_A = P_B \\ h_A = h_B \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_A \times h_A = \rho_B \times h_B \Rightarrow 1 \times 2x = 0.6 \times 25 \Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = 7.5 \text{ cm}$$

بنابراین ۷/۵ cm به ارتفاع قبلی آب اضافه می‌شود:

$$20 + 7.5 = 27.5 \text{ cm}$$

دو مایع مخلوط‌نشده از آب و نفت در یک لولهٔ U شکل در حال تعادل‌اند \leftarrow چون نفت همیشه روی آب می‌ماند بنابراین: $\rho_{\text{آب}} > \rho_{\text{نفت}}$



فشار نقاط M و N با هم برابر است ($P_M = P_N$).

می‌توانیم P_M و P_N را باتوجه به P_A یا $P_{A'}$ و P_B و $P_{B'}$ به دست بیاوریم و بعد به مقایسهٔ بین ΔP_1 و ΔP_2 پردازیم.
 P_M و P_N را برحسب P_A و $P_{A'}$ می‌نویسیم و از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_N = P_{A'} + \rho_2 g d \\ P_M = P_A + \rho_1 g d \end{cases} \xrightarrow{(-)} 0 = (P_{A'} - P_A) + (\rho_2 - \rho_1) g d \Rightarrow \Delta P_1 = (P_A - P_{A'}) = (\rho_2 - \rho_1) g d$$

P_M و P_N را برحسب P_B و $P_{B'}$ می‌نویسیم و از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_N = P_{B'} + \rho_2 g d' \\ P_M = P_B + \rho_1 g d' \end{cases} \xrightarrow{(-)} 0 = (P_{B'} - P_B) + (\rho_2 - \rho_1) g d' \Rightarrow \Delta P_2 = (P_B - P_{B'}) = (\rho_2 - \rho_1) g d'$$

درنتیجه داریم:

$$\begin{cases} \Delta P_1 = (\rho_2 - \rho_1) g d \\ \Delta P_2 = (\rho_2 - \rho_1) g d' \\ d' > d \end{cases} \Rightarrow \Delta P_2 > \Delta P_1$$

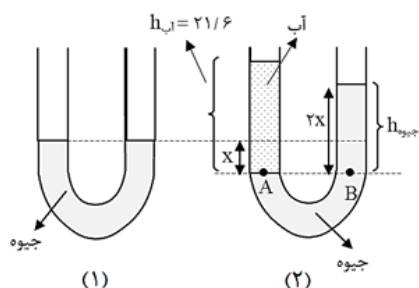
نیروی بین‌مولکولی یک مادهٔ معین، مانند فتر بین ۲ جسم عمل می‌کند. اگر ۲ جسم به هم نزدیک شوند فتر آنها را از هم دور می‌کند و اگر از هم دور شوند فتر آنها را به سمت هم می‌کشاند.

گام اول

الف) اگر در یکی از شاخه‌ها روی جیوه آب بریزیم تا ستون آب به $۲۱/۶$ سانتی‌متر برسد $h_{آب} = ۲۱/۶ \text{ cm}$
 ب) سطح جیوه در شاخهٔ مقابل، نسبت به وضعیت اولیه چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ $h_{جیوه} = ?$

گام دوم

برای درک بهتر سؤال شکل لوله را در دو حالت قبل و بعد از اضافه کردن آب رسم می‌کنیم.



نقطهٔ A در سطح جدایی دو مایع و نقطهٔ B را هم‌ارتفاع با A در نظر می‌گیریم که فشار این نقاط یکسان خواهد بود ($P_A = P_B$) و میزان h جیوه را به دست می‌آوریم و از این طریق مقدار x نیز به دست می‌آید. بنابراین:

$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ \rho_{جیوه} = ۱۳/۵ \text{ g/cm}^3 \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_{آب} g h_{آب} + P_0 = \rho_{جیوه} g h_{جیوه} + P_0 \\ \rho_{آب} = ۱ \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow ۱ \times ۲۱/۶ = ۱۳/۵ \times h_{جیوه} \Rightarrow h_{جیوه} = ۱/۶ \text{ cm}$$

باتوجه‌به اینکه قطر لوله در همه جای آن یکسان است بنابراین اگر مقدار x سطح جیوه در یک سمت پایین برود در طرف دیگر لوله به‌اندازهٔ x بالا می‌رود و اختلاف ارتفاع مایع موجود در دو طرف لولهٔ U شکل به ۲x می‌رسد. بنابراین:

$$۲x = h = ۱/۶ \Rightarrow x = ۰/۸ \text{ cm}$$

فشار لاستیک بادشده توسط فشارسنج اندازه‌گیری می‌شود که فشار پیمانه‌ای است.

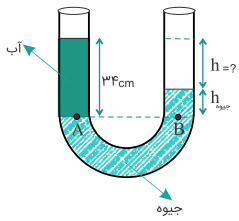
معادل این فشار برحسب ستون جیوه برابر است با:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ P = ۲۲۰ \times ۱۰^3 \text{ Pa} \\ g = ۱۰ \text{ m/s}^2 \\ \rho = ۱۳۶۰۰ \text{ kg/m}^3 \end{cases} \Rightarrow ۲۲۰۰۰۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۱/۶۲ \text{ m} = ۱۶۲ \text{ cm}$$

باتوجه‌به اینکه هر اتمسفر $۱۰^۵$ پاسکال است، داریم:

$$P = ۲۲۰ \times ۱۰^3 \text{ Pa} = \frac{۲۲۰ \times ۱۰^3 \text{ atm}}{۱۰^۵} = ۲/۲ \text{ atm}$$

نقطه A در سطح جدایی دو مایع و نقطه B را هم‌تراز با نقطه A در نظر می‌گیریم که فشار این نقاط با هم یکسان خواهند بود ($P_A = P_B$)، بنابراین:



$$\begin{cases} P = \rho g h' + P_0 \\ \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_0 \\ h_{\text{آب}} = 34 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 34 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2/5 \text{ cm}$$

بنابراین اختلاف ارتفاع جیوه و آب برابر است با:

$$h = 34 \text{ cm} - h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h = 34 - 2/5 = 31/5 \text{ cm}$$

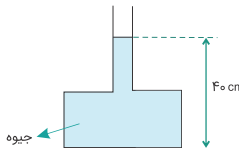
گام اول

الف) اگر بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند از طرف جیوه تحمل کند، ۱۳۵ نیوتن باشد $\leftarrow F_{\max} = 135 \text{ N}$

ب) حداکثر چند سانتی‌متر جیوه می‌توان به ارتفاع جیوه در لوله اضافه کرد تا ظرف شکسته نشود؟ $\leftarrow h = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ حداکثر فشاری که ظرف می‌تواند تحمل کند را به دست می‌آوریم و با کمک آن ارتفاع جیوه را محاسبه می‌کنیم.



$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{A=20 \text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2} P = \frac{135}{20 \times 10^{-4}} = 675 \times 10^2 \text{ Pa}$$

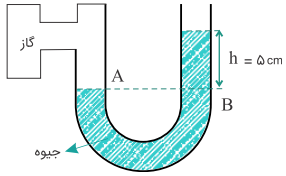
$$\begin{cases} P = \rho g h \\ \rho = 13500 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow 675 \times 10^2 = 13500 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0/5 \text{ m} \end{cases}$$

پس این ارتفاع جیوه بیشترین فشار را که ظرف می‌تواند تحمل کند ایجاد می‌کند.

باتوجه به اینکه ارتفاع لوله جیوه در ظرف ۴۰ سانتی‌متر بوده حداکثر ارتفاعی که می‌توانیم به ظرف اضافه کنیم برابر است با:

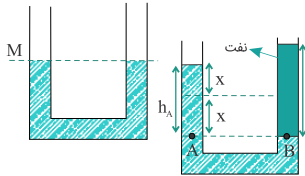
$$\begin{cases} h = h_2 - h_1 \\ h_2 = 50 \text{ cm} \Rightarrow h = 50 - 40 = 10 \text{ cm} \\ h_1 = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

فشار پیمانه‌ای برابر با اختلاف فشار گاز درون محفظه با فشار هوا است. مطابق شکل فشار در نقطه A در سطح جدایی گاز و جیوه و نقطه B هم‌ارتفاع با نقطه A، برابر است ($P_A = P_B$) داریم:



$$\begin{cases} P_A = P_B \\ P_A = P_{\text{گاز}} \\ P_B = \rho gh + P_0 \\ \rho = 13600 \text{ kg/m}^3 \\ h = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh = 13600 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 6800 \text{ Pa}$$

برای درک بهتر سؤال شکل لوله را در هریک از حالت‌های قبل و بعد از اضافه کردن نفت رسم می‌کنیم:



با ریختن نفت در شاخه سمت راست، در این شاخه سطح آب پایین می‌رود و همان ارتفاعی که آب در این شاخه پایین رفته است، در شاخه سمت چپ بالا می‌رود (مطابق شکل).
نقطه A در سطح جدایی دو مایع و نقطه B را هم‌ارتفاع با A در نظر می‌گیریم که دارای فشار یکسانی هستند ($P_A = P_B$) داریم:

$$\begin{cases} P = \rho gh + P_0 \\ h_B = 5 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} gh_A + P_0 = \rho_{\text{نفت}} gh_B + P_0$$

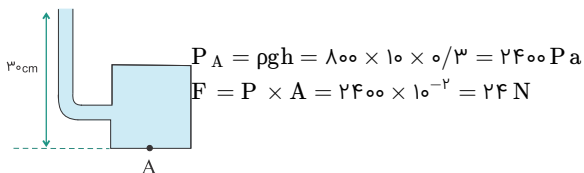
$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_A = \rho_{\text{نفت}} h_B \Rightarrow 1 \times h_A = 0.8 \times 5 \Rightarrow h_A = 4 \text{ cm} \xrightarrow{h_A = 2x} x = 2 \text{ cm}$$

گام اول

الف) مساحت کف مخزن $100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$ است ←
ب) اگر داخل لوله و مخزن مایعی به چگالی 800 kg/m^3 باشد ← $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$
ج) نیرویی که از طرف مایع به کف مخزن وارد می‌شود، چند نیوتن است؟ ← $F = ?$

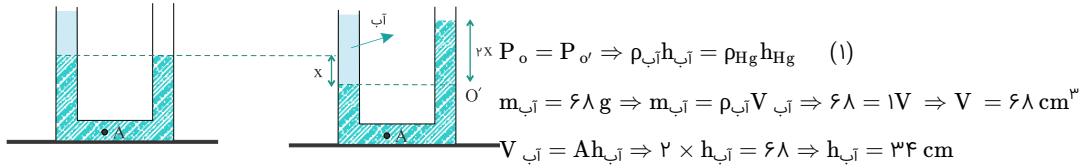
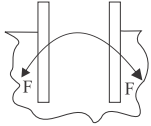
گام دوم

ابتدا فشار در نقطه A و سپس نیروی وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم (برای محاسبه فشار مایعات تنها باید به فاصله عمودی از سطح آزاد مایع توجه کرد):



در یک نقطه معین از یک مایع ساکن، فشار ثابت است و به چگونگی قرار گرفتن دهانه فشارسنج بستگی ندارد.

باتوجه به شکل برآمده مایع درون ظرف باید نیروی چسبندگی (همچسبی) بین مولکول‌های مایع بیشتر از نیروی چسبندگی سطحی (دگرچسبی) بین مولکول‌های مایع و سطح لوله باشد و همچنین چون سطح مایع درون لوله پایین‌تر از سطح آزاد مایع است موردنظر جیوه خواهد بود.



$$\xrightarrow{(1)} 1 \times 34 = 13/6(2x) \Rightarrow 2x = \frac{1}{0.4} \Rightarrow x = \frac{1}{0.8} = 1/25 \text{ cm}$$

ابتدا باید دید فشار ۱۳۶ سانتی‌متر آب معادل چه فشاری از ستون جیوه است.

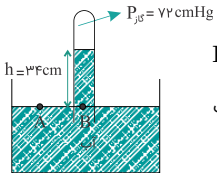
$$\rho_{Hg} h_{Hg} = \rho_{Ab} h_{Ab}$$

$$13600 h_{Hg} = 1000 \times 136 \Rightarrow h_{Hg} = \frac{136000}{13600} = 10 \text{ cm}$$

فشار ۱۳۶ سانتی‌متر آب معادل فشار ۱۰ سانتی‌متر جیوه است؛ پس:

$$P_t = 76 \text{ cmHg} + 10 \text{ cmHg} = 86 \text{ cmHg}$$

نقطه A در سطح جدایی جیوه و هوا ($P_A = P_o$) و نقطه B هم‌ارتفاع با نقطه A را در نظر می‌گیریم ($P_A = P_B$)، بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوا}} = P_{\text{گاز}} + P_h$$

باتوجه به اینکه فشار هوای خواسته‌شده و فشار گاز محبوس برحسب سانتی‌مترجیوه است، ابتدا باید ببینیم که ارتفاع آب ۳۴ سانتی‌متری چه فشاری برحسب سانتی‌مترجیوه ایجاد می‌کند.

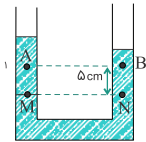
$$\begin{cases} P_{Ab} h_{Ab} = P_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \\ \rho_{Ab} = 1 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow 1 \times 34 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2/5 \text{ cm} \\ h_{Ab} = 34 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_h = 2/5 \text{ cmHg}$$

بنابراین فشار هوا برابر است با:

$$\begin{cases} P_{\text{هوا}} = P_{\text{گاز}} + P_h \\ P_h = 2/5 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{هوا}} = 72 + 2/5 = 74/5 \text{ cmHg} \\ P_{\text{گاز}} = 72 \text{ cmHg} \end{cases}$$

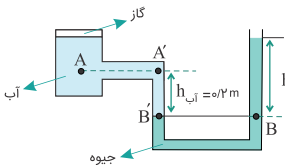
باتوجه به اینکه فشار در نقاط M و N باهم برابر است، داریم:
(دقت شود مایعی که چگالی بیشتری دارد در زیر قرار می‌گیرد)



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_l g h = P_B + \rho_r g h$$

$$\xrightarrow[\rho_r = 1000 \text{ kg/m}^3]{\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3} P_A + 1000 \times 10 \times 0.05 = P_B + 1000 \times 10 \times 0.05 \Rightarrow P_A = P_B + 100$$

باتوجه به نقاط هم‌فشار در مایع و شکل زیر داریم:



$$\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Pa}, g = 10 \text{ N/kg}$$

$$\begin{cases} P_A = P_{A'} & \text{(I)} \\ P_B = P_{B'} & \text{(II)} \end{cases}$$

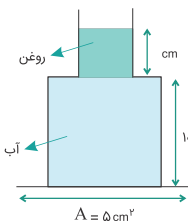
حال کافی است فشار در نقاط B و B' را به دست آورده و برابر هم قرار دهیم:

$$\begin{cases} P_{B'} = P_{A'} + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} & \text{(I)} \\ P_B = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_0 & \text{(II)} \end{cases} \xrightarrow{\text{(I)}} P_A + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_0$$

$$\Rightarrow P_A = 13600 \times 10 \times 0.05 + 10^5 - 1000 \times 10 \times 0.02$$

$$= 68000 + 10^5 - 2000 = 166000 \text{ Pa} = 166 \text{ kPa}$$

ابتدا فشار ناشی از مایعات در کف ظرف را محاسبه کرده و سپس طبق رابطه $P = \frac{F}{A}$ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها را به دست می‌آوریم:



$$\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \text{ g/cm}^3$$

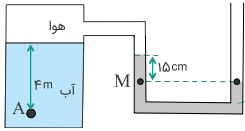
$$\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$P = P_{\text{روغن}} + P_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}$$

$$= 800 \times 10 \times 0.05 + 1000 \times 10 \times 0.1 = 1400 \text{ Pa}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow 1400 = \frac{F}{0.05} \Rightarrow F = 70 \text{ N}$$

ابتدا فشار هوای بالای آب را محاسبه کرده و سپس فشار در عمق ۴ متری آب را به دست می‌آوریم:



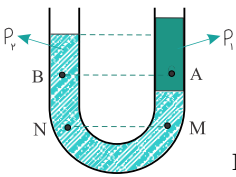
$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_{\text{هوا}} = P_o \Rightarrow P_{\text{هوا}} = P_o - P_{\text{جیوه}}$$

$$\xrightarrow{P_o = 10^5 \text{ Pa}} P_{\text{هوا}} = 10^5 - \rho_{\text{جیوه}} gh$$

$$\xrightarrow{\frac{\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3}{h_{\text{جیوه}} = 0.15 \text{ m}}} P_{\text{هوا}} = 10^5 - 13600 \times 10 \times 0.15 = 79600 \text{ Pa}$$

$$P_A = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + P_{\text{هوا}} \xrightarrow{\frac{\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3}{h_{\text{آب}} = 4 \text{ m}}} P_A = 1000 \times 10 \times 4 + 79600 = 119600 \text{ Pa} = 119.6 \text{ kPa}$$

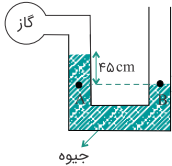
هرچه چگالی مایعی بیشتر باشد در سطح پایین‌تری نسبت به مایعی که چگالی کمتری دارد، قرار می‌گیرد ($\rho_2 > \rho_1$ ، گزینه ۳ و ۴ غلط است).



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh \xrightarrow{\rho_2 > \rho_1} P_B < P_A$$

از طرفی باتوجه به نقاط هم‌فشار M و N داریم:

باتوجه به نقاط هم‌فشار A و B در شکل، داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_o$$

$$\begin{cases} P_{\text{جیوه}} = \rho gh \\ h = 45 \text{ cm} = 0.45 \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = 13600 \times 0.45 \times 10 = 61200 \text{ Pa} \\ \rho = 13600 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

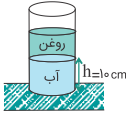
$$P_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_o \xrightarrow{P_o = 10^5 \text{ Pa}} 61200 + P_{\text{گاز}} = 100000 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 38800 \text{ Pa}$$

کافی است فشار جیوه در نقطه A را محاسبه کنیم:

فشار ناشی از آب در کف استوانه را محاسبه کرده؛ سپس فشار روغن را می‌یابیم.

$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} g h \xrightarrow[h=0/1 \text{ m}]{\rho_{\text{آب}}=1000 \text{ kg/m}^3} P_{\text{آب}} = 1000 \times 10 \times 0/1 = 1000 \text{ Pa}$$

$$\text{فشار ناشی از دو مایع در کف استوانه} = 2000 = P_{\text{آب}} + P_{\text{روغن}} \Rightarrow 2000 = 1000 + P_{\text{روغن}} \Rightarrow P_{\text{روغن}} = 1000 \text{ Pa}$$



در نهایت با استفاده از رابطه $P_{\text{روغن}} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$ جرم روغن را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}} g}{A} \\ A = 20 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{cases} \Rightarrow 1000 = \frac{m_{\text{روغن}} \times 10}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 0/2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

نقاط D و C در یک مایع و هم‌تراز هستند؛ بنابراین فشار در این دو نقطه با هم برابر است:

$$P_C = P_D$$

که باتوجه به گزینه‌ها، تنها گزینه‌های "۳" و "۴" باقی می‌مانند.

اکنون به بررسی فشار در نقاط A و B می‌پردازیم:

روش اول:

توجه داریم که هر چند نقاط A و B هم‌تراز هستند ولی از آنجا که در مایع یکسانی نیستند لذا فشار در این نقاط برابر نیست:

$$P_A \neq P_B$$

بنابراین تنها گزینه "۴" می‌تواند درست باشد.

روش دوم:

باتوجه به شکل زیر داریم:

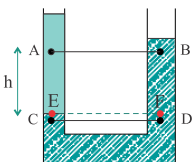
$$P_E = P_F \Rightarrow \rho_A g h + P_A = \rho_B g h + P_B \quad (*)$$

باتوجه به اینکه مایع با چگالی بیشتر، در پایین ظرف قرار می‌گیرد؛ لذا: $\rho_A < \rho_B$

پس برای برقراری تساوی (*) باید رابطه زیر بین فشار در نقاط A و B برقرار باشد:

$$P_B < P_A$$

پس گزینه "۴" درست است.



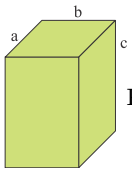
اگر لولهٔ U شکل وسط را در نظر بگیریم، به شاخهٔ چپ لوله فشار $P_a = 1/3 \times 10^5 \text{ Pa}$ وارد می‌شود و به شاخهٔ راست لوله، فشار جیوه به ارتفاع h و فشار آب به ارتفاع 28 cm و فشار هوا وارد می‌شوند:

$$P = \underbrace{\rho g h}_{\text{جیوه}} + \underbrace{\rho g h}_{\text{آب}} + P_a$$

$$\Rightarrow 1/3 \times 10^5 = 13600 \times 10 \times h + 1000 \times 10 \times \frac{28}{100} + 10^5$$

$$\Rightarrow h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

فشاری که این جسم به سطح افقی وارد می‌کند ناشی از نیروی وزن آن است.



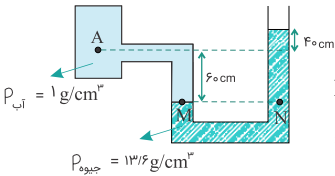
$$P = \frac{W}{A} \Rightarrow \begin{cases} P_{\max} = \frac{W}{A_{\min}} \\ P_{\min} = \frac{W}{A_{\max}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{A_{\max}}{A_{\min}} = \frac{2 \times 3}{1 \times 2} = 3$$

راه حل تستی:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{L_{\max}}{L_{\min}} = \frac{3}{1} = 3$$

باتوجه به نقاط هم فشار M و N خواهیم داشت:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_{\text{هوا}} \Rightarrow P_A - P_{\text{هوا}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} - \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow P_A - P_{\text{هوا}} = [13600 \times 10 \times (0/4 + 0/6)] - [1000 \times 10 \times 0/6] = 136000 - 6000 = 130000 \text{ Pa} = 130 \text{ kPa}$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \xrightarrow{m=\rho V} P = \frac{\rho g V}{A} = \frac{\rho g (Ah)}{A} = \rho g h$$

$$P_{\max} = \rho g h_{\max} \Rightarrow P_{\max} = 8 \times 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

در هر دو حالت فشار دو مایع در کف استوانه حاصل از مجموع وزن آن دو است که چون مجموع وزن دو مایع تغییر نکرده، بنابراین فشار آن‌ها بر کف ظرف هم تغییری نمی‌کند.

فشار از رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$ به دست می‌آید؛ که نیروی F همان نیروی وزن مایع است که در هر دو حالت یکسان است. لذا به مقایسهٔ مساحت قاعدهٔ دو ظرف می‌پردازیم: مساحت کف مکعب برابر $0/36 \text{ m}^2 = 0/6 \times 0/6$ است که برابر با مساحت قاعدهٔ استوانه می‌باشد، به این ترتیب در هر دو حالت فشار یکسانی تولید می‌شود.

گام اول

الف) دو استوانهٔ توپر و هموزن A و B ← $W_A = W_B$ ب) شعاع قاعدهٔ استوانهٔ B، دو برابر شعاع قاعدهٔ استوانهٔ A باشد ← $\frac{R_B}{R_A} = ۲$ ج) فشار حاصل از استوانهٔ A چندبرابر فشار حاصل از استوانهٔ B است؟ ← $\frac{P_A}{P_B} = ?$

گام دوم

باتوجه به اینکه نیروی وارد از طرف استوانه‌ها به سطح افقی برابر وزن آنها است کافی است نسبت فشار استوانهٔ A به B را باتوجه به رابطهٔ $P = \frac{W}{A}$ به دست آوریم؛ بنابراین:

$$\begin{cases} P = \frac{F}{A} \\ F = W \\ A = \pi R^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{A_A} \times \frac{A_B}{W_B} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{\pi(R_B)^۲}{\pi(R_A)^۲} = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^۲ = \left(\frac{۲R_A}{R_A}\right)^۲ = ۴$$

گزینه ۳

گام اول

الف) یک جو تقریباً برابر با $۱۰^۵ \text{ Pa}$ است ← $P = ۱۰^۵ \text{ Pa}$ ب) نیرویی که در سطح زمین از طرف هوا بر هر سانتی‌متر مربع وارد می‌شود، تقریباً چند نیوتن است؟ ← $F = ?$

گام دوم

کافی است رابطهٔ بین فشار و نیرو را بنویسیم:

$$F = P \times A \xrightarrow{A=۱ \text{ cm}^۲=۱۰^{-۴} \text{ m}^۲} F = ۱۰^۵ \times ۱۰^{-۴} = ۱۰ \text{ N}$$

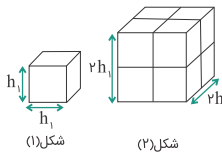
گزینه ۳

گام اول

الف) مکعب شکل (۱) مشابه هریک از مکعب‌های شکل (۲) است ← $h_۲ = ۲h_۱$ ب) فشاری که مکعب‌های شکل (۲) بر سطح افق وارد می‌کنند چندبرابر فشار حاصل از مکعب شکل (۱) است؟ ← $\frac{P_۲}{P_۱} = ?$

گام دوم

ازآنجا که جسم جامد است می‌توانیم فشار را از رابطهٔ $P = \rho gh$ به دست بیاوریم. اثبات این رابطه:



$$\begin{cases} P = \frac{F}{A} \\ m = \rho V \\ V = Ah \end{cases} \Rightarrow P = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V \times g}{A} = \frac{\rho Ah \times g}{A} \Rightarrow P = \rho gh$$

حالا نسبت فشارها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\rho gh_۲}{\rho gh_۱} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{h_۲}{h_۱} = \frac{۲h_۱}{h_۱} = ۲ \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = ۲$$

گام اول

الف) مکعب چوبی به ضلع $L = ۲۰\text{ cm} = ۰/۲\text{ m}$ ←ب) شخصی به وزن $F = ۸۰۰\text{ N}$ روی مکعب می‌ایستد ←ج) فشاری که از طرف شخص بر کف اتاق وارد می‌شود چند کیلوپاسکال است؟ ← $P = \frac{F}{A} = ?$

گام دوم

ابتدا سطح مکعب را به دست آورده و سپس P را محاسبه می‌کنیم:

$$A = L^۲ = ۰/۲ \times ۰/۲ = ۰/۰۴\text{ m}^۲$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{۸۰۰}{۰/۰۴} = ۲۰۰۰۰\text{ Pa} = ۲۰\text{ kPa}$$

دقت کنید که در صورت سؤال مساحت کف اتاق، قابل‌محاسبه نبود و بنابراین به احتمال زیاد منظور طراح، سطحی از کف اتاق است که در زیر مکعب قرار داشته است؛ بنابراین با این فرض مسئله را حل کردیم.

اتم‌ها در برخی جامدها در شبکه‌ای منظم قرار گرفته‌اند و در اطراف مکان خود حرکت نوسانی انجام می‌دهند. در گازها مولکول‌ها نیروی ناچیزی به هم وارد می‌کنند و تقریباً با آزادی کامل به هر سمتی جابه‌جا می‌شوند. در مایع‌ها، فاصلهٔ مولکول‌ها از هم تقریباً ثابت است، ولی نیروی بین مولکول‌ها کمتر از حالت جامد است و مولکول‌های مایع می‌توانند بر روی هم بلغزند، به همین دلیل مولکول‌ها نمی‌توانند نیروهای تماس بر سطح مایع را تحمل کنند و با کج کردن لیوان، ملاحظه می‌شود که آب به راحتی از آن می‌ریزد.